

GAMME DE ZARLINO

Résumé

Après avoir rappelé que la gamme de Zarlino est une gamme diatonique à tierces justes, nous montrons la construction historique de cette gamme par réduction dans l'octave de base d'une suite de trois accords majeurs. Nous poursuivons par le calcul des intervalles importants et rappelons que la construction des autres tonalités est impossible.

Introduction

Dans le courant du 16^{ème} siècle, la musique construite essentiellement sur les quintes ne satisfait plus les musiciens qui accordent de plus en plus d'importance à la **tierce majeure**. Il est expliqué dans le fichier « Harmoniques » que cet intervalle correspond à deux notes ayant un rapport de fréquence égal à 5/4 et donc une différence de hauteur $T_j = \log_2(5/4)$.

Le complément à la quinte juste de la tierce majeure est la tierce mineure (T_m). On a : $T_j + T_m = Q_j$.

On montre dans « Gammes diatoniques à tierces justes » que la gamme de Zarlino est un cas particulier de cette famille de gammes et donc qu'elle est une réduction dans l'octave de base de la suite de quintes ci-dessous (Cs est le comma syntonique, différence entre la tierce de Pythagore et la tierce juste).

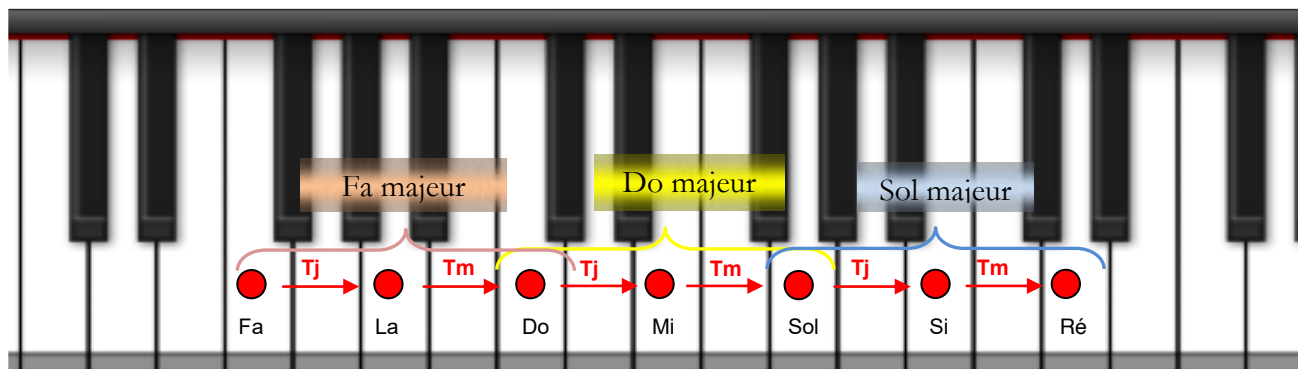
Fa	Do	Sol	Ré	La	Mi	Si
Qj	Qj	Qj	Qj – Cs	Qj	Qj	

Construction historique

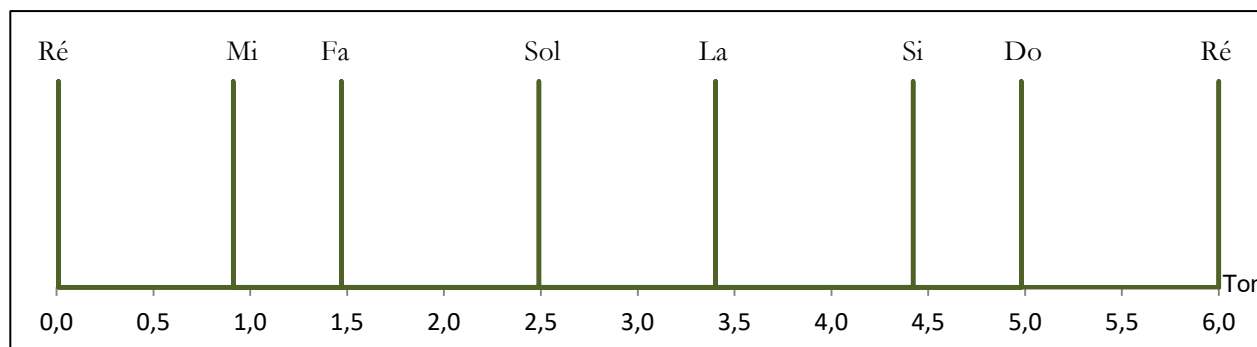
Zarlino (1517-1590) construit les 7 notes d'une gamme diatonique en utilisant une suite **d'accords majeurs** étalés sur presque deux octaves.

En effet, on constate sur le clavier d'un piano que l'on accède à toutes les notes de la gamme de Do majeur (Do, Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si) en enchainant les trois accords majeurs suivants : **Fa majeur** (Fa – La – Do), **Do majeur** (Do – Mi – Sol), et **Sol majeur** (Sol – Si – Ré). On a donc une suite de 3 quintes avec au « milieu » la note à la tierce.

La figure ci-dessous visualise cette construction.



Le schéma ci-dessous montre la réduction dans $[0, 6]$ de ces notes.



Nous avons représenté ici la gamme de Ré à Ré qui, dans le cas d'une réduction de quintes égales, possède une belle symétrie (voir « 2 Gammes diatoniques »).

Pour la gamme de Zarlino, le résultat obtenu est beaucoup moins esthétique. La symétrie est apparente, mais elle n'est plus réelle. On repère visuellement deux demi-tons égaux et deux types de tons différents.

Intervalle

Comme il a été montré dans « A3 Intervalles fondamentaux », tous les intervalles utiles peuvent s'exprimer en fonction des mini et micro intervalles γ et ε .

Pour la gamme de Zarlino, il est également judicieux d'utiliser le **comma syntonique** $Cs = 11\gamma + \varepsilon$.

Nous épargnons au lecteur les calculs fastidieux, mais sans difficulté réelle, et nous donnons seulement le résultat.

Le **demi-ton** est plus grand que le demi-ton pythagoricien et le demi-Ton tempéré :

$$Z\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ Ton} + 6\gamma + \varepsilon = \frac{1}{2} \text{ Ton} + Cs - 5\gamma.$$

Zarlino introduit la notion de ton majeur (Do–Ré, Fa–Sol, La–Si) et de ton mineur (Ré–Mi, Sol–La).

Le **ton majeur** a la même hauteur que le ton pythagoricien :

$$ZM = 1 \text{ Ton} + 2\gamma.$$

Le **ton mineur** est égal à :

$$Zm = 1 \text{ Ton} - 9\gamma - \varepsilon.$$

L'écart entre ces deux tons est le **comma syntonique** :

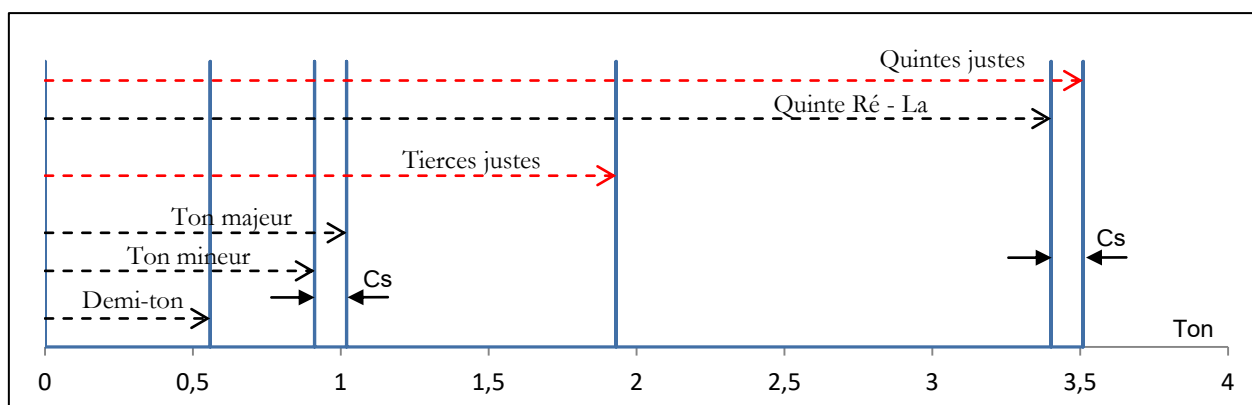
$$ZM - Zm = Cs.$$

Cet écart est également la différence de hauteur entre la tierce de Pythagore Tp et la tierce juste Tj : $Cs = Tp - Tj$.

Toutes les **tierces** majeures sont **justes** par construction.

Toutes les **quintes** sont **justes** sauf la quinte Ré – La qui est faussée d'un comma zarlinien.

La figure ci-dessous montre la hauteur de tous les intervalles importants.



Cette gamme est aussi appelée **gamme naturelle** ou **gamme des physiciens** car tous les intervalles classiques entre les notes peuvent s'exprimer, en terme de rapport de fréquences, par des fractions rationnelles simples.

Le tableau ci-dessous montre les hauteurs de ces intervalles et les rapports de fréquence associés.

	ton	tierce	quarte	quinte	sixte	septième
Intervalle	Do-Ré	Do-Mi	Do-Fa	Do-Sol	Do-La	Do-Si
Hauteur (en octave)	$2Qj - 1$	$4Qj - Cs - 2$	$1 - Qj$	Qj	$3Qj - Cs - 1$	$5Qj - Cs - 2$
Rapport des fréquences	$9/8$	$5/4$	$4/3$	$3/2$	$5/3$	$15/8$

Tonalités de la gamme de Zarlino

Il a été rappelé précédemment que la gamme de Zarlino était une réduction dans l'octave de base de la suite de quintes ci-dessous.

Fa	Do	Sol	Ré	La	Mi	Si
Qj	Qj	Qj	Qj - Cs	Qj	Qj	

Dans le fichier « 3 Tonalités », on construit les différentes tonalités d'une gamme diatonique en translatant d'une ou plusieurs quintes vers le haut ou vers le bas un ensemble de 7 notes équidistantes d'une quinte.

Comment faire ici où nos quintes ne sont pas égales ? La recette n'est donnée nulle part et je pense que le problème n'a pas de solution satisfaisante sauf si on se limite aux modulations entre le Do majeur, le Sol majeur et les deux tonalités mineures relatives qui sont le La mineur et le Mi mineur. C'est un peu limité mais ça permet déjà d'écrire pas mal de choses.

Et pourtant, on trouve sur Internet des calculs donnant les fréquences des 21 notes des 15 tonalités. Ils sont basés sur des intervalles « naturels » (rapports des fréquences égaux à des fractions rationnelles simples). Ces petits jeux mathématiques n'ont aucun fondement musical et leur justification rationnelle est douteuse. A mon sens, ils ne présentent donc aucun intérêt.