

GAMMES PAR DIVISION MULTIPLE

Résumé

On considère les gammes par division multiple comme des cas particuliers de la réduction d'un ensemble de quintes égales à un nombre rationnel. Nous examinons les gammes de Sauveur et de Huygens.

Introduction

Les rares informations que j'ai trouvées concernant les **gammes par division multiple** ou **tempéraments par division multiple** proviennent du site suivant :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Tempérament_par_division_multiple

L'approche utilisée est fort discutable et elle est d'ailleurs discutée, et contestée en tant qu'approche originale, sur le site :

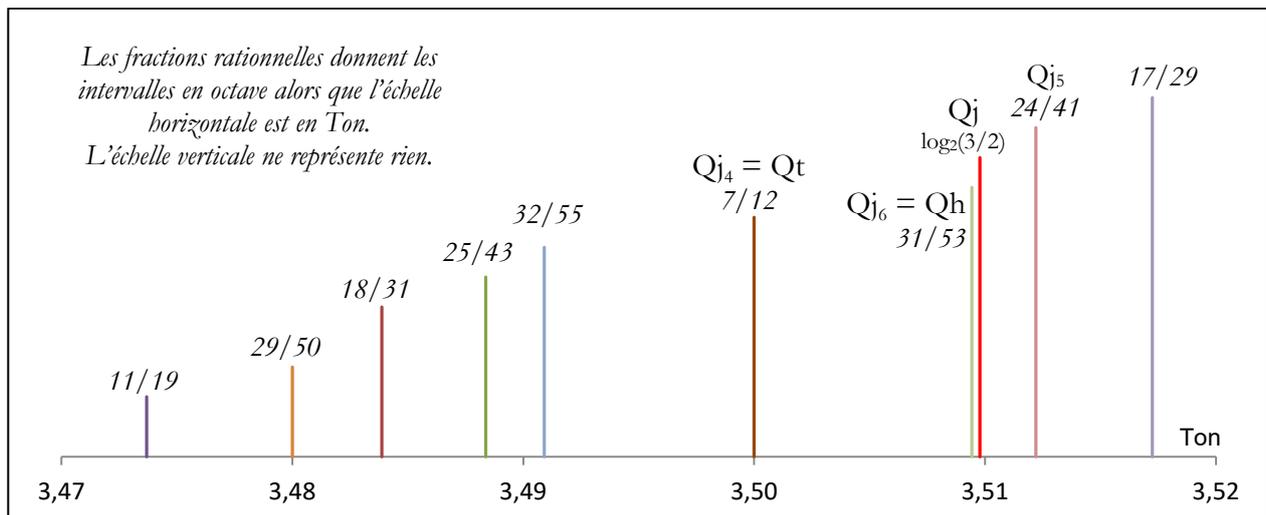
http://fr.wikipedia.org/wiki/Discussion:Tempérament_par_division_multiple

La justification mathématique de ce que l'on y trouve est proche de ce que nous avons développé dans « Des quintes en quantité » pour obtenir des approximations de la quinte juste par des fractions rationnelles de la forme $Q = \frac{3t+d}{5t+2d}$.

Les justifications musicales sont moins évidentes puisqu'il y est question de « la pureté des intervalles de quinte et de tierce », de « juste intonation », d'« amélioration de la qualité des notes »... où les mots ont un sens mal défini ou, en tout cas, discutable.

Pour conserver l'unité de notre approche, **nous considérons les tempéraments par division multiple comme des gammes à quintes égales quand la quinte utilisée est une fraction rationnelle.**

Nous rappelons ci-dessous les nombreuses fractions rationnelles voisines de la quinte juste Q_j calculées dans « A2 Des quintes en quantité ».



Celles qui sont citées et commentées sur le site évoqué précédemment sont, par ordre croissant, 11/19, 18/31, 25/43, 7/12 et 31/53.

La valeur $Q = 7/12$ Oct produit la **gamme tempérée** (plus exactement, la gamme à tempérament égal), adoptée maintenant (sauf exception) sur tous les instruments à notes fixes et dont nous avons déjà parlé dans « 2 Gammes diatoniques ».

Nous examinons ci-dessous le cas du tempérament de Sauveur ($Q = 25/43$) et du tempérament de Huygens ($Q = 18/31$). La gamme de Holder-Mercator ($Q = 31/53$) a été longuement développée dans « 4 Gammes chromatiques ».

Tempérament de Sauveur

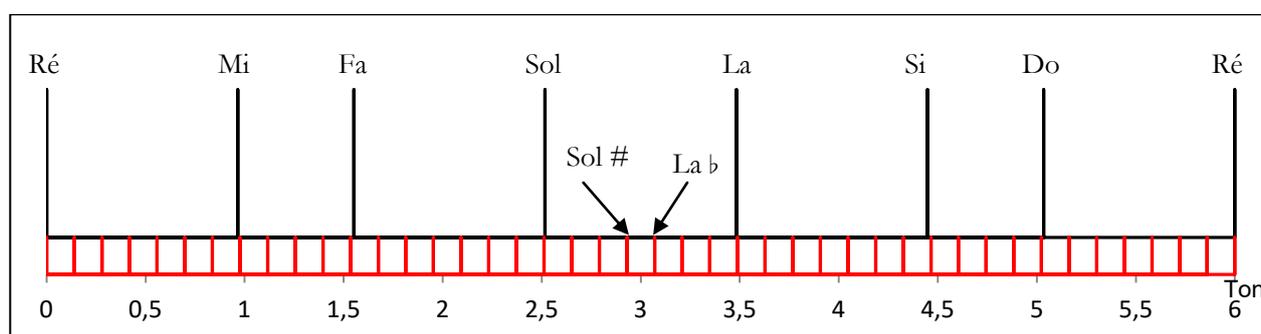
La gamme de Sauveur est construite avec $Q = 25/43$ Oct.

Joseph Sauveur (né à La Flèche le 24 mars 1653 et mort à Paris le 9 juillet 1716) est un physicien français, fondateur de l'acoustique musicale et inventeur du terme. Né muet, il le resta jusqu'à l'âge de 7 ans (la légende dit qu'il était sourd). Il devint professeur de mathématiques au Collège de France en 1686, puis fut élu à l'Académie des Sciences en 1696 (Wikipedia).

La démarche de Sauveur, telle qu'elle est expliquée sur le site indiqué dans l'introduction semble extrêmement alambiquée et la justification musicale est loin d'être évidente. Elle aboutit à la division de l'octave en 301 heptamérides, à la définition du comma de Sauveur égal à 7 heptamérides, et donc finalement à la division de l'octave en 43 commas de Sauveur.

Cette gamme est relativement proche de la **gamme à quintes égales et à tierces justes** ($Q = 3,4829$ Tons) puisque $25/43$ Oct = 3,4884 Tons.

Le schéma ci-dessous montre en rouge la division de l'octave en 43 intervalles et en noir la gamme à quintes égales et à tierces justes.



Pour les autres tonalités, comme il est indiqué dans « Gammes diatoniques », il y a inversion des hauteurs des notes enharmoniques par rapport à ce qu'elles sont dans la gamme de Pythagore. Nous indiquons sur le schéma ci-dessus que le Sol# est plus grave que le La b.

Tempérament de Huygens

Je n'ai pas trouvé mention de ce tempérament ailleurs que sur le site évoqué en introduction.

Il y est dit que ce tempérament était recommandé, mais pas inventé, par Huygens, savant hollandais (1629-1695). Il est précisé, en note, que ce tempérament a été décrit, avant lui, par Francisco Salinas et Marin Mersenne.

Voir également une lettre de Huygens sur le sujet : <http://www.huygens-fokker.org/docs/lettre.html>

Ce tempérament est évidemment encore plus proche de la **gamme à quintes égales et à tierces justes** que le tempérament de Sauveur puisque $18/31$ Oct = 3,4839 Tons, à $1/1000$ Ton de 3,4829 Tons.

Le schéma ci-dessous montre en rouge la division de l'octave en 31 intervalles et en noir la gamme à quintes égales et à tierces justes.

