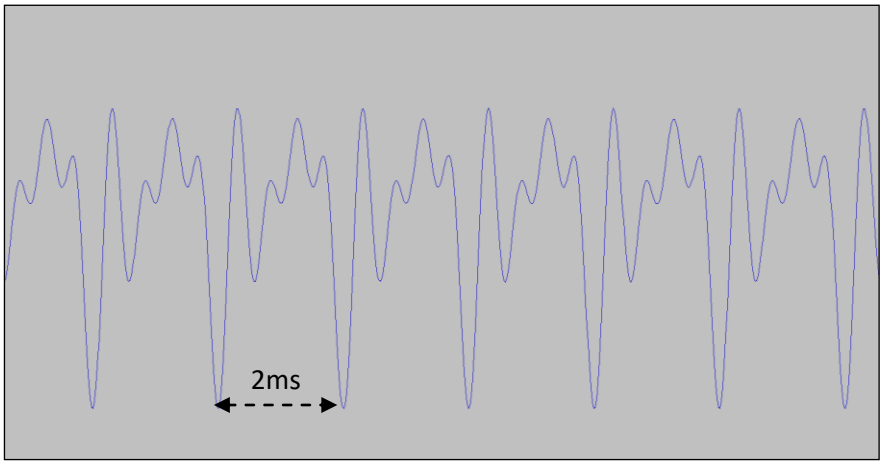
HARMONIQUES
INTERVALLES « HARMONIEUX »

Résumé

Ce texte pose les bases physiques et mathématiques des sons musicalement harmonieux.
La présentation de la décomposition d'un son musical en ses différentes composantes est abondamment illustrée. L'utilisation du spectre d'un signal sonore montre concrètement la fondamentale et les harmoniques pour différents instruments.
Nous définissons les intervalles « harmonieux » de quinte, quarte et tierces en utilisant le rapport (naturel) des fréquences mais aussi la différence de hauteur des notes.
L'accord majeur est également défini.

Spectre, fondamentale et harmoniques

Une vibration sonore périodique (donc infinie) et de fréquence N, est une superposition de vibrations sinusoïdales de fréquences N, 2N, 3N, 4N… (cette affirmation provient de l'étude mathématique des fonctions périodiques et de leur développement en séries de Fourier).



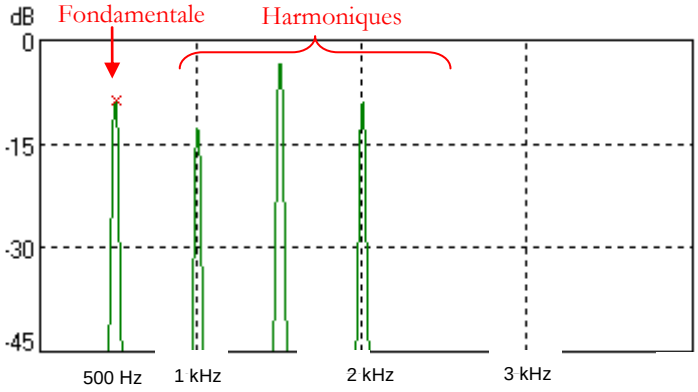
La vibration sonore ci-contre a été réalisée avec le logiciel Audacity (téléchargement gratuit) en ajoutant 4 sinusoïdes de même amplitude et de fréquences 500Hz, 1000Hz, 1500Hz et 2000Hz.

La fonction obtenue est périodique de fréquence 500Hz et donc de période 2ms (la période est l'inverse de la fréquence).

Le **spectre** d'une fonction périodique donne les fréquences et les amplitudes des différentes sinusoïdes constituant cette fonction.

Le spectre (ci-contre) du signal ci-dessus a été réalisé avec le logiciel Wtune (téléchargement gratuit).

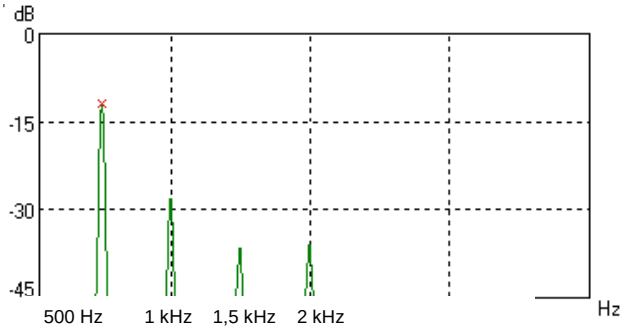
On retrouve bien les 4 fréquences constitutives avec des amplitudes voisines (théoriquement égales, en toute rigueur).



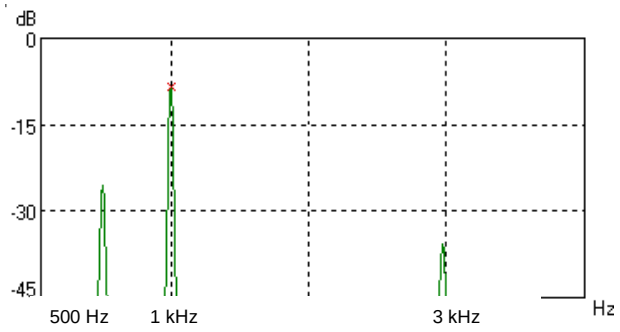
La sinusoïde ayant même fréquence N que le signal périodique est appelée la **fondamentale**.

Les sinusoïdes dont les fréquences sont des multiples de N sont appelées les **harmoniques**.

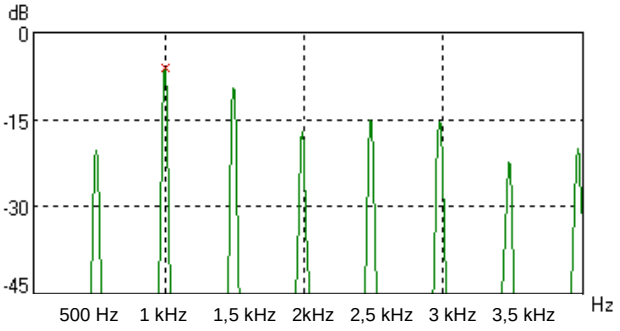
Pour illustrer la variété des spectres possibles, nous montrons ci-dessous la même note (le Si voisin de 500 Hz), jouée sur un synthétiseur Yamaha PSR-295 en utilisant différents « instruments ».



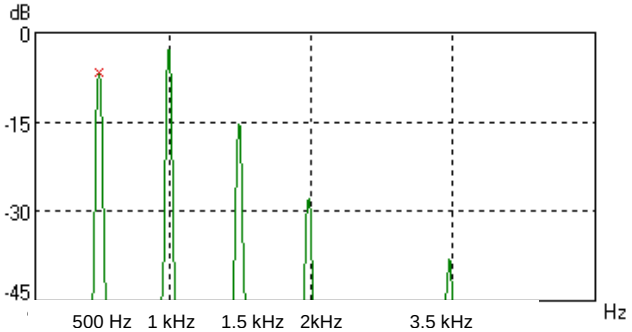
Piano



Orgue « chapel »



Trompette



Flute

Intervalles harmonieux

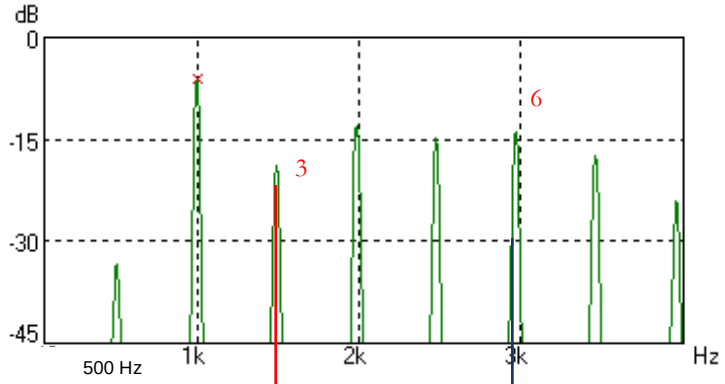
Deux notes sont « harmonieuses » quand leurs harmoniques contiennent des fréquences communes.

Deux notes à **l'octave** l'une de l'autre ont des fréquences dans un rapport 2, c'est-à-dire que le premier harmonique de la note grave coïncide avec la fondamentale de la note aigüe.

Deux notes à la **quinte** (Si – Fa# par exemple) sont harmonieuses car l'harmonique d'ordre 3 de la note grave a même fréquence que l'harmonique d'ordre 2 de la note aigüe.

Il en est de même des harmoniques 6 et 4.

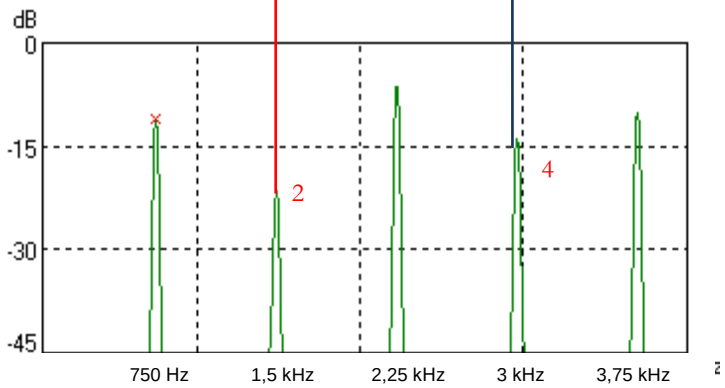
Si



Les fréquences fondamentales des deux notes sont donc dans un rapport 3/2.

Tous les harmoniques multiples de 3 du Si coïncident avec les harmoniques multiples de 2 du Fa#.

Fa#

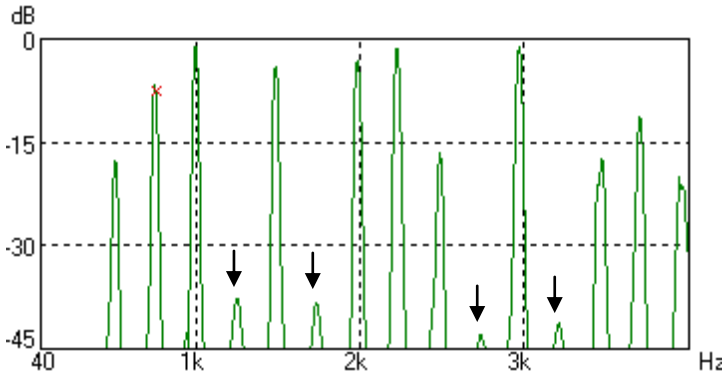


2 4

Spectre de l'accord de quinte
Si – Fa#.

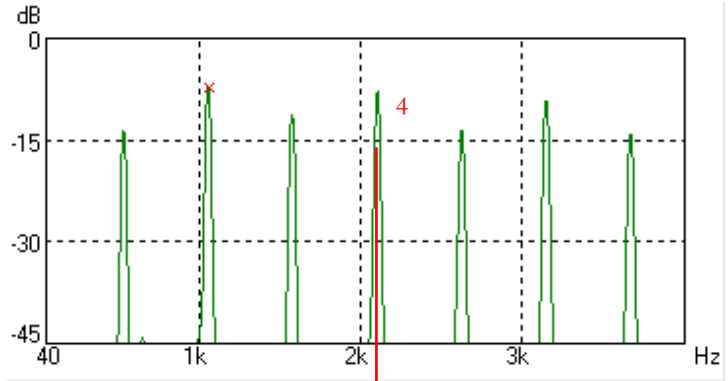
On voit apparaître des fréquences qui n'existent pas dans le spectre des deux notes (flèches) et qui sont engendrées par un phénomène de battements entre le Si à 500 Hz et le Fa# à 750 Hz. Les fréquences produites sont des multiples de 250 Hz, la différence entre les deux fréquences.

Si-Fa#



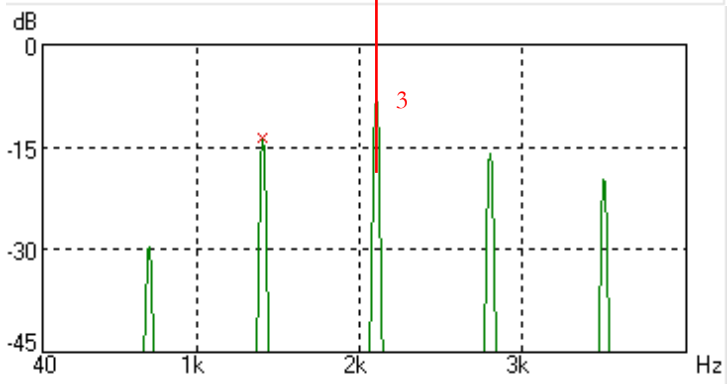
Deux notes à la **quarte** (Do – Fa) sont harmonieuses car l'harmonique d'ordre 4 du Do a même fréquence que l'harmonique d'ordre 3 du Fa.

Do



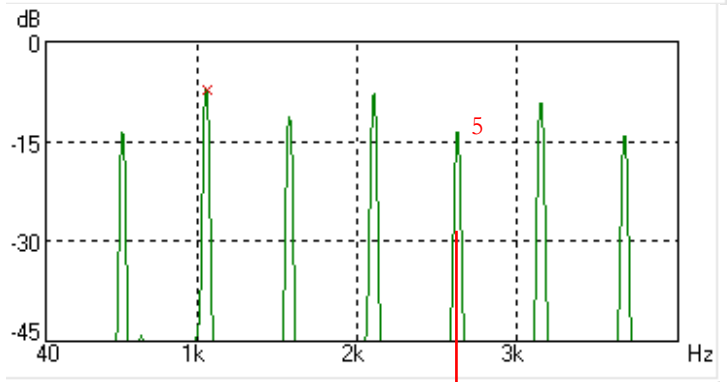
Les fréquences fondamentales des deux notes sont donc dans un rapport 4/3.

Fa



Deux notes formant une **tierce majeure** (Do – Mi) sont harmonieuses, mais un peu moins, car il faut aller jusqu'à l'harmonique d'ordre 5 du Do pour obtenir la même fréquence que l'harmonique d'ordre 4 du Mi.

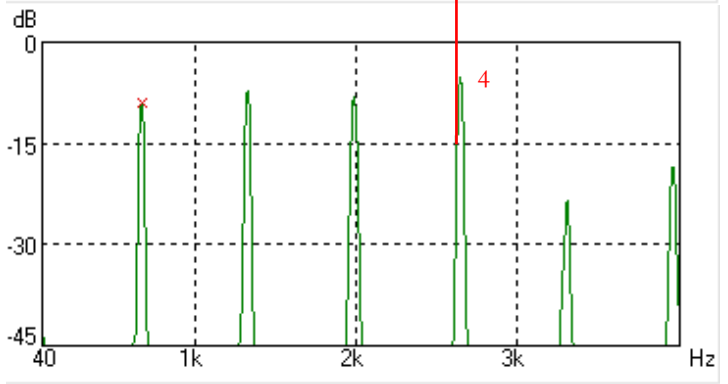
Do



Les fréquences fondamentales des deux notes sont donc dans un rapport 5/4.

La coïncidence n'est pas parfaite car la tierce majeure jouée par un synthétiseur est une tierce tempérée, légèrement différente d'une tierce juste.

Mi



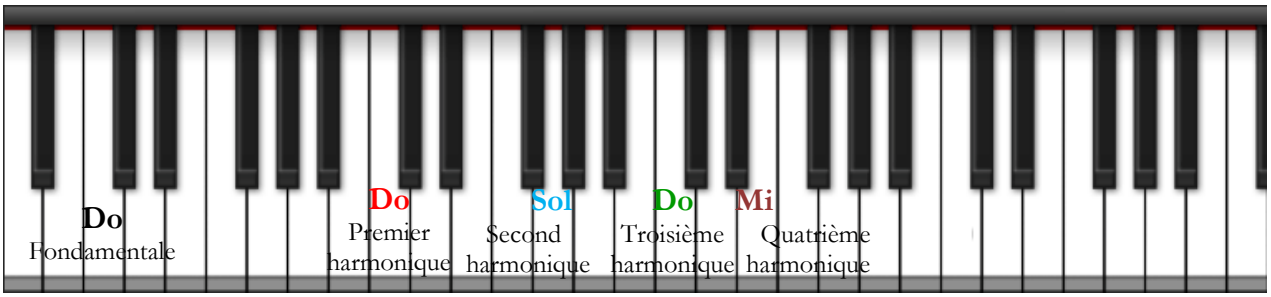
Deux notes formant une **tierce mineure** (Do – Mi ♭) sont harmonieuses, mais encore moins, car il faut aller jusqu'à l'harmonique d'ordre 6 du Do pour obtenir la même fréquence que l'harmonique d'ordre 5 du Mi .

Les fréquences fondamentales des deux notes sont donc dans un rapport 6/5.

Expérience concrète

Au lieu de raisonner en fréquence, comme nous l'avons fait jusqu'à maintenant car c'est naturel et pédagogique, utilisons le nom des notes pour repérer les harmoniques.

Les quatre premiers harmoniques du Do sont, en montant continuellement, le Do à l'octave, le Sol, le Do à deux octaves et le Mi.



Les harmoniques qui étaient régulièrement espacés en fréquence se resserrent quand on utilise la hauteur des notes visualisées sur ce clavier, à cause du logarithme qui intervient dans la relation entre fréquence et hauteur de note.

Aux heureux propriétaires d'un véritable piano, je propose l'expérience suivante.

Appuyez délicatement sur la touche de Sol sans produire de note.

Gardez la position, frappez le Do grave et relâchez immédiatement (mais gardez le Sol enfoncé).

Ecoutez bien, vous allez entendre la corde de Sol qui a été excitée par le deuxième harmonique du Do grave.

Hauteur des intervalles harmonieux

On constate aisément qu'une quinte suivie d'une quarte forme une octave puisque (3/2) x (4/3) = 2.

Une tierce majeure suivie d'une tierce mineure (Do - Mi - Sol) forment un accord majeur, les deux extrémités formant une quinte : (5/4) x (6/5) = 3/2.

Compte tenu de ces relations, nous nous intéresserons uniquement à la **quinte** et à la **tierce majeure**.

Jusqu'à maintenant, nous avons raisonné en termes de rapport de fréquences puisque la physique et les mathématiques nous l'ont plus ou moins imposé. Comme nous l'avons fait précédemment pour notre expérience pianistique, nous passons maintenant aux hauteurs.

La hauteur d'un intervalle s'obtient en utilisant le logarithme du rapport des fréquences (voir « Vocabulaire de base »).

On appelle Qj la hauteur d'une quinte juste.

$Qj = \log_2(3/2) = 0{,}58496$ Oct = 3,50977 Tons = 702 cents.

La quinte juste est très proche de 3,5 Tons.

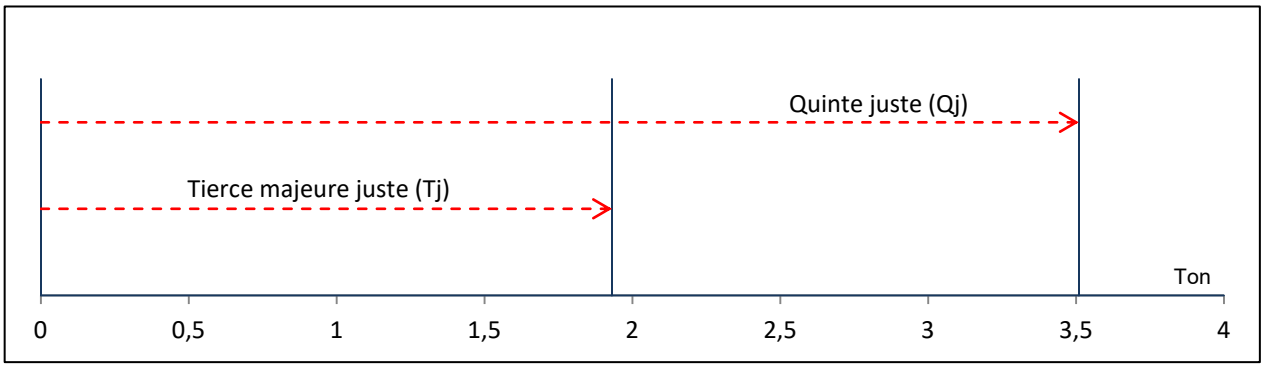
On qualifie de quinte tout intervalle « voisin » de la quinte juste (voir « Des quintes en quantité »).

On appelle Tj la hauteur d'une tierce majeure juste.

$Tj = \log_2(5/4) = 0{,}32193$ Oct = 1,93157 Tons = 386 cents.

La tierce majeure juste est voisine de 2 Tons.

Ces intervalles sont représentés sur la figure ci-dessous.



Dans tout ce travail, nous utiliserons très rarement la tierce mineure. Quand nous parlerons de tierce, il s'agira donc de la tierce majeure.