VOCABULAIRE DE BASE

DÉFINITIONS SIMPLES, afin que les mots aient un sens bien clair

Résumé

Le vocabulaire musical est riche, complexe, et parfois ambigu.
Nous précisons ici les notions de note, gamme, fréquence, fréquence réduite et hauteur.
Les unités de hauteur traditionnelles sont présentées.
On justifie le choix pédagogique de raisonner presque exclusivement en termes de hauteur de note.
On introduit la réduction d'un ensemble de notes dans l'octave de base et la représentation linéaire de l'ensemble réduit.

Note de musique

Tout le monde sait ce qu'est une note de musique. En voilà cependant une définition physique précise et rigoureuse.

Une note de musique est une vibration sonore transmise par l'air (mais en général par n'importe quel milieu matériel) et possédant les caractéristiques suivantes : en un point quelconque la pression de l'air est une fonction du temps obtenue en faisant le produit d'une fonction périodique[1] de fréquence N par une fonction nulle avant l'instant t_1 (attaque de la note) et après l'instant t_2 (extinction de la note). Toute autre vibration sonore n'est pas une note de musique.

Gammes

Il est extrêmement difficile de définir avec précision ce qu'est une gamme (voir « A7 Gamme et tonalité »). Nous dirons ici de façon très sommaire que la gamme **diatonique** est la gamme « habituelle » de 7 notes (Do, Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si) et que la gamme **chromatique** est la gamme de 12 notes contenant, en plus des 7 notes précédentes, 5 notes avec des dièses ou des bémols. Dans cette gamme chromatique, deux notes voisines sont à peu près distantes d'un demi-ton[2].

Fréquence réduite et hauteur d'une note de musique

Pour éviter les tableaux de fréquences absolument illisibles, nous définissons la fréquence réduite d'une note.

La fréquence réduite f d'une note s'obtient en divisant la fréquence réelle N par une fréquence de référence $N_{réf}$ (le La à 440 Hz par exemple) : $f = N/N_{réf}$. La fréquence et la fréquence réduite sont toujours positives.

La hauteur H d'une note par rapport à la note de référence est donnée par : $H = \log_2 f$ où f est la fréquence réduite. Le lecteur profane ne doit pas se laisser impressionner par la fonction logarithme dont on ne parlera plus.

L'unité naturelle et universelle de hauteur est l'octave (Oct). Quand la fréquence réduite f est égale à 2, la hauteur H est égale à une octave. L'unité secondaire de hauteur est le Ton (avec une majuscule) que l'on définit par 1 Ton = 1/6 Oct.

Autres unités de hauteur utiles pour les petits intervalles :

Le savart. La hauteur en savart est définie par $H_S = 1000 \log_{10} f$. On montre aisément par un calcul sans intérêt que $H_S = 1000 \log_2(10)$ H. Une octave vaut 301,03 savarts.

---

[1] Une fonction périodique f(t), de période T, est telle f(t+T) = f(t) quel que soit t. La fréquence N est l'inverse de la période T.

[2] Mais je n'ai pas encore défini le ton, ni le demi-ton !

Le cent est égal à 1/100 de demi-Ton. L’octave a donc une hauteur de 1200 cents et la hauteur en cent d’une note ou d’un intervalle est définie par $H_C = 1200$ H.

Le savart vaut approximativement 4 cents. Le Ton vaut exactement 200 cents et approximativement 50 savarts. Dans mes lectures, j’ai beaucoup rencontré le cent et très rarement le Savart.

Choix pédagogique

Selon les circonstances, il est plus simple ou plus pédagogique de raisonner avec les fréquences ou avec les hauteurs.

Nous choisissons de privilégier la représentation en hauteur car elle fait intervenir une échelle linéaire ou arithmétique, plus intuitive que l’échelle géométrique des fréquences.

De plus, les rapports de fréquences utiles sont exprimés sous forme de fractions rationnelles très difficiles à comparer rapidement (par exemple, 17/29 est-il plus petit ou plus grand que 25/43 ?).

Ce choix pédagogique, ainsi que la présentation des hauteurs sous forme graphique (voir ci-dessous) évite les tableaux de nombres, de fractions, ou de fréquences qui sont, certes, précis et rigoureux, mais absolument illisibles.

Octave de base

Selon les circonstances et les choix de présentation, l’octave de base sera constituée des notes ayant une hauteur comprise entre 0 et 1, ou entre – 1/2 et +1/2.

En utilisant le Ton comme unité, l’octave de base est comprise entre 0 et 6 Tons ou entre –3 Tons et +3 Tons.

Sans ambigüité possible, on notera ces octaves de base [0, 1], [–1/2, +1/2], [0, 6] ou [–3, +3].

Réduction d’un ensemble de notes dans l’octave de base

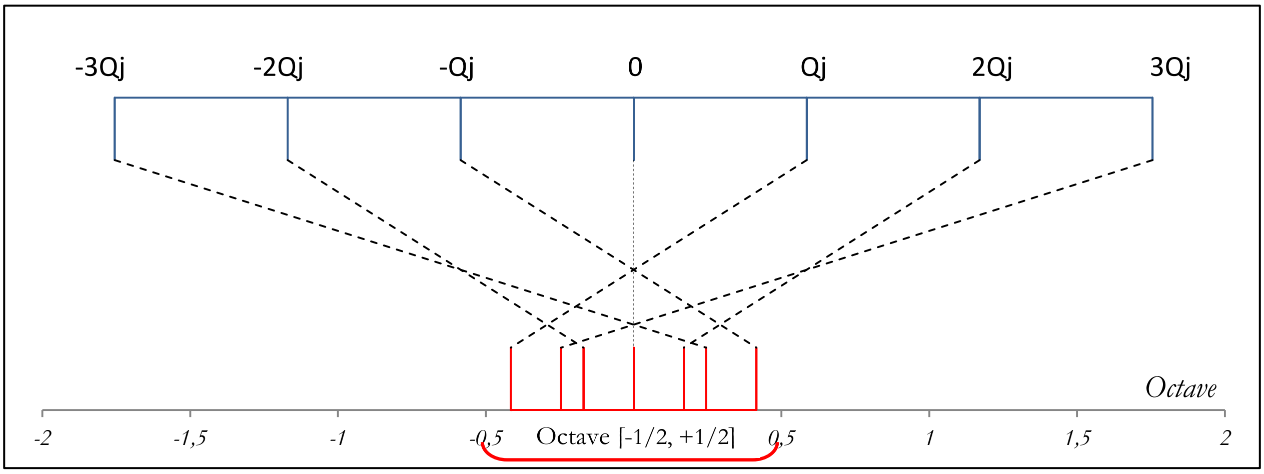
Cette réduction considère comme identiques deux notes qui diffèrent d’un nombre entier d’octaves. Le mathématicien pourrait définir cela comme une relation d’équivalence.

Illustration avec l’ensemble de 7 notes dont les hauteurs sont données dans le tableau suivant.

Hauteurs	–3Qj	–2Qj	–Qj	0	Qj	2Qj	3Qj	
	–1,75	*–1,17*	*–0,58*	*0*	*0,58*	*1,17*	*1,75*	*Octaves*
Réduction dans [–1/2, +1/2]	*0,25*	*–0,17*	*0,42*	*0*	*–0,42*	*0,17*	*–0,25*	*Octaves*

Qj est la hauteur d’une quinte juste (Qj = $\log_2(3/2)$ = 0,58 Oct = 3,51 Tons).

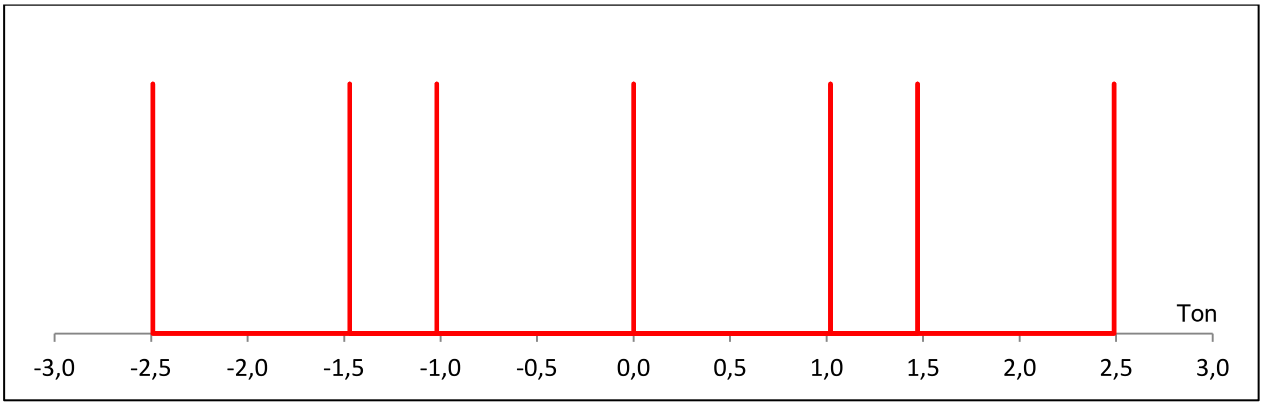
Cet intervalle est défini dans « Harmoniques ».



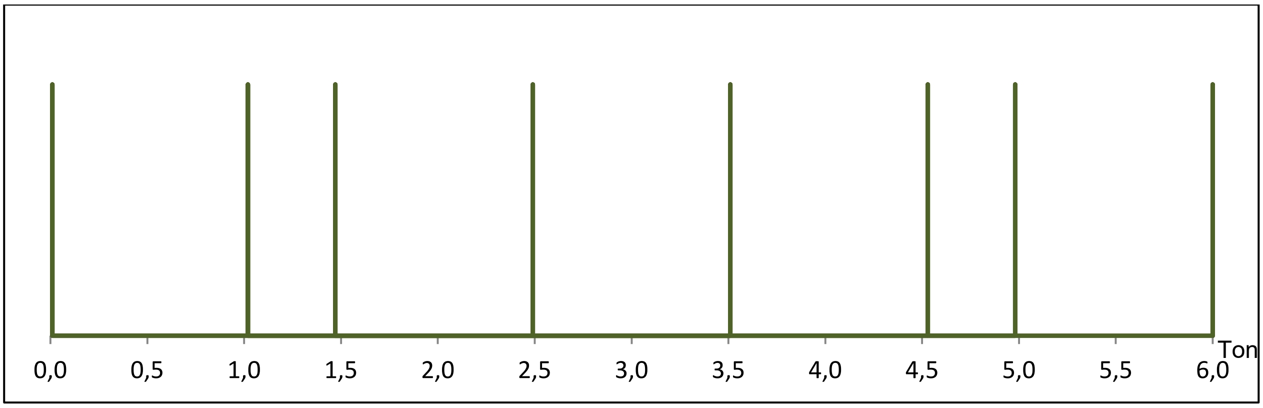
Formules pour les curieux :
Pour calculer les hauteurs réduites, on doit utiliser la fonction « valeur entière » d'un nombre. Cette fonction Ent(x) donne comme résultat le nombre entier immédiatement inférieur ou égal à x.
On appelle H la hauteur de la note à réduire et h la hauteur de la note réduite.
Réduction dans [0, 1] : h = H – Ent(H).
Réduction dans [–1/2, 1/2] : h = H – Ent(H + 1/2).
Une multiplication par 6 des résultats précédents donne la réduction dans les octaves [0, 6] et [–3, +3].

Représentation linéaire dans [–3, +3] et dans [0, 6]

Cette représentation dans [–3, +3] conserve la symétrie des notes de départ, centrées sur l'origine.



Elle possède l'inconvénient d'escamoter l'intervalle entre les deux notes extrêmes.



Cette représentation dans [0, 6] est symétrique par rapport à 3.

La note extrême a été dédoublée à 0 et 6 Tons et tous les intervalles sont visibles.

Un tableur permet d'effectuer simplement ces opérations et de réaliser la représentation graphique du résultat.

Cet exemple n'a évidemment pas été pris au hasard et on le retrouvera dans la gamme diatonique de Pythagore avec le nom des notes en clair (la réduction dans [0, 6] montre ici la suite Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si, Do, Ré).

Par la suite, nous ferons une **utilisation abondante et systématique de ces réductions et représentations**. Alors si tout n'est pas clair, lisez encore une fois.